

メビウスの輪の分割

研究動機

幼い頃からメビウスの輪に興味を抱いていた。
メビウスの輪を分割すると…?
→ 疑問の発生：どんな法則があるのだろうか。

研究目的

複数回転の帯を分割した際の事象についてその法則を明らかにする

フロー

Step1 文献調査 Step2 実験 Step3 仮説 Step4 本実験 Step5 考察、展望

コトバの設定

図.1 定義

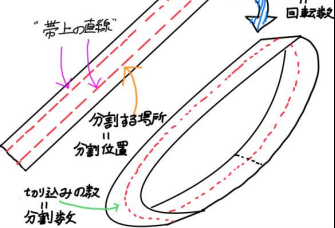
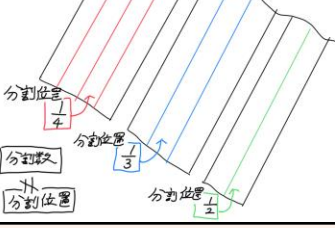


図.2 分割の注意



実験方法

- 紙の帯、ハサミ、テープを用意。
- 帯の任意の位置に直線を描く。
- 帯をひねって輪にしテープで固定する。
- 帯を2で描いた線に沿ってハサミで切る。

実験

実験a

(i) 分割位置1/2、分割数1
(ii) 分割位置1/3、分割数1
(iii) 分割位置1/4、分割数1

実験b

(i) 分割位置1/2、分割数2
(ii) 分割位置1/3、分割数2
(iii) 分割位置1/4、分割数2

実験c

(i) 分割位置1/2、分割数3
(ii) 分割位置1/3、分割数3
(iii) 分割位置1/4、分割数3

分割位置1/4、分割数2については(帯の中心に切り込みを入れる実験)は実施しない。これは実験aの(i)と同義だからである。

仮説

偶数回転は回転数を保存したまま分割数に従って分割されるのではないか、また奇数は分割位置によって結果が異なるのではないか。

考察と展望

nが偶数の時

- 計m+1個の帯に分裂する。
 - 出来た帯の回転数はnになる。
- すなわち偶数回転の帯は回転の操作後に特異な性質は示さない。

nが奇数の時

(i)mが奇数の時

- (m+1)/2個の帯に分裂する。
- 出来た帯の回転数は2(n+1)になる。

(ii)mが偶数の時

- m/2+1個の帯に分裂する。
- 一つはn回ひねり、他は2(n+1)回ひねりになる。

改善点と展望

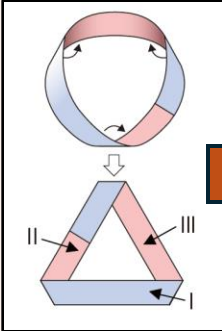
分割操作の回数やひねりの回数がより大きな数字に至った場合の証明にはならず考察は予想の域を出れない。構造的な不変性や反例についての議論のほかに、数学的帰納法の利用等も視野に入れて法則の一般性を導きたい。

参考文献

- 西山豊.(2012).メビウスの帯で遊ぶ.https://yutaka-nishiyama.sakura.ne.jp/math2010j/moebius_j.pdf
- 今井淳.(2018).結び目の数学.<https://mathsco.jp/publication/tushin/1303/1303imai.pdf>
- 小林正典.(2017).リアルな代数幾何ーメビウスの帯からトロピカル曲線までー. 数学通信/日本数学会 編, 22(2), 5-14
- 伊藤忠夫.(2007).双曲的非ユークリッドの世界と8字ノット.<http://web1.kcn.jp/hp28ah77/japanese.htm#chapters>
- 三洋化成工業株式会社.(2023).[vol.2] ひねくれ者の効用ーSANYO CHEMICAL MAGAZINE

回転数の判別

高い回転数の帯ないし回転数未知の帯の回転数の判別方法



複数回転の帯を途中で回転しないように真上から押し潰す操作=Δチェック

左：回転数1の表現

右：回転数2の表現

左：回転数3の表現

図.3 メビウスのデルタ化[5]

結果1 (分割数1)

(i)分割位置1/2

前	後	個数
0	0	2
1	4	1
2	2	2
3	8	1
4	4	2
5	12	1
6	6	2
7	16	1
8	8	2
9	20	1
10	10	2
11	24	1
12	12	2
13	28	1
14	14	2
15	32	1
16	16	2
17	36	1
18	18	2
19	40	1
20	20	2

(ii)分割位置1/3

前	後	個数
0	0	2
1	4	1
2	2	2
3	8	1
4	4	2
5	12	5
6	6	2
7	16	7
8	8	2
9	20	9
10	10	2
11	24	11
12	12	2
13	28	13
14	14	2
15	32	15
16	16	2
17	36	17
18	18	2
19	40	19
20	20	2

(iii)分割位置1/4

前	後	個数
0	0	2
1	4	1
2	2	2
3	8	1
4	4	2
5	12	5
6	6	2
7	16	7
8	8	2
9	20	9
10	10	2
11	24	11
12	12	2
13	28	13
14	14	2
15	32	15
16	16	2
17	36	17
18	18	2
19	40	19
20	20	2

結果2 (分割数2-3)

(ii)分割位置1/3

前	後	個数
0	0	3
1	1	4
2	2	3
3	3	8
4	4	3
5	5	12
6	6	3
7	7	16
8	8	3
9	9	20
10	10	3
11	11	24
12	12	3
13	13	28
14	14	3
15	15	32
16	16	3
17	17	36
18	18	3
19	19	40
20	20	3

(iii)分割位置1/4

前	後	個数
0	0	3
1	1	4
2	2	3
3	3	8
4	4	3
5	5	12
6	6	3
7	7	16
8	8	3
9	9	20
10	10	3
11	11	24
12	12	3
13	13	28
14	14	3
15	15	32
16	16	3
17	17	36
18	18	3
19	19	40
20	20	3

(iii)分割位置1/4

前	後	個数
0	0	4
1	1	4
2	2	4
3	1	8
4	4	4
5		
6	6	4
7		
8	8	4
9		
10	10	4
11		
12	12	4
13		
14	14	4
15		
16	16	4
17		
18	18	4
19		
20	20	4