

メビウスの輪の分割

要旨

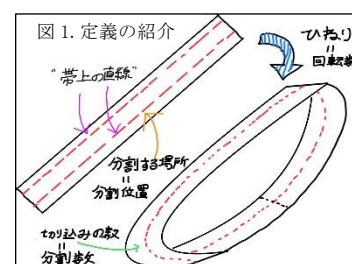
メビウスの帯を中心線に沿って分割すると異なる回転数の帯が 2 つ得られる。本探究ではより一般に $n=0\sim 20$ 回ひねりを加えた帯を 1~4 等分する位置で分割し出来た帯の個数と回転数を実験し記録した。その結果、実験の範囲内ではひねりの偶奇によって生じる帯の回転数と個数は一貫して規則的に変化した。この構造は任意の n でも成立すると予想する。

1. 研究の動機と目的

ある時メビウスの帯を複数回にわたって分割すると帯の回転数や個数が変化すると知り、どのような法則があるのか疑問に感じて本研究を行うに至った。この研究の目的は複数回転が加えられた帯を分割した際の事象についてその法則を明らかにすることである。

2. 方法

n を回転数、 m を分割を施す位置とする。初めに細長い帯を用意し m の数に従って帯の片面に帯のへりないし直線同士が互いに交わらず等距離になるような縦向きの直線を描く。その後 n 回ひねりを加えて帯の両端を接続する。最後に輪状になった帯の表面に描かれた直線に沿って輪を分割し、出来た帯の個数と回転数を記録する。今回は n が $0\sim 20$ 、 m が $1\sim 4$ で実験を施行した。



3. 結果

n が偶数の時、計 $m+1$ 個の帯に分裂する。出来た帯の回転数は n になる。逆に n が奇数の時、さらに m の偶奇で場合分けを行って m が奇数の時 $(m+1)/2$ 個の帯に分裂して出来た帯の回転数は $2(n+1)$ になる。また m が偶数の時 $m/2+1$ 個の帯に分裂して一つは n 回ひねり、他は $2(n+1)$ 回ひねりになる。以上が実験の範囲内で一貫して成り立つ。

4. 考察

今回の研究で行った実験的方法は、反例の存在の可能性を排除しておらず n, m を一般化した結論を与えない。一方で帰納法的な証明や、反例が構造的に不可能もしくは構造的に n 回ひねりの輪が不変であることが証明を考えれば上の規則は一般に成り立つと推測する。

5. 結論

メビウスの輪のみに限れば高い確率でひねりの偶奇によって大別された法則に従って輪は分割されると考えられる。しかし、分割が複数回に渡ったりひねりが複雑になったりする場合でも同様のことが言えるかは不確定である。今後は n 回転の帯とその分割という一連の操作について数学的に記述し実験の結果を一般化して証明することが課題になる。

6. 参考文献

- 西山豊. (2012). https://yutakanishiyama.sakura.ne.jp/math2010j/moebius_j.pdf
 小林吹代. (2001). <http://fukiyo.gl.xrea.com/math-obe/kumihimo.htm>